दक्ष®

वर्ष 2016, 2015 एवं 2011 के पेपर्स सम्पूर्ण हल एवं व्याख्या सहित

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड (RSSB)

20 June 2023 को जारी नवीनतम पाठ्यक्रमानुसार

A Complete Book for

No. 1

जूनियर अकाउण्टेन्ट
(Junior Accountant)

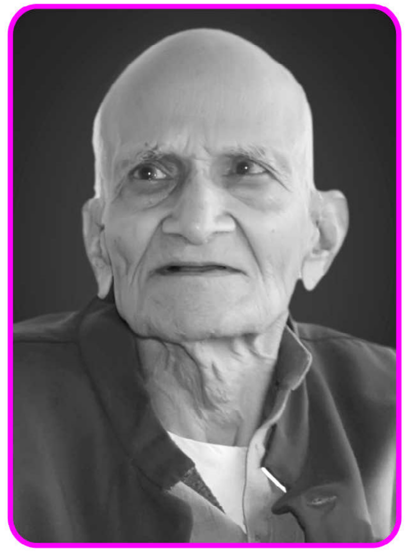
गणित
(Mathematics)

PAPER-1

पवन शर्मा

प्रकाशक :
परितोष वर्धन जैन
कॉलेज बुक सेन्टर
• A-19, सेठी कॉलोनी,
जयपुर-302 004

सादर समर्पण



स्व. बनवारी स्वरूप जैन 'बाऊजी'
लेखक एवं प्रकाशक, जयपुर

SYLLABUS

गणित (Mathematics)

- Natural numbers, rational and irrational numbers and their decimal expansions, operations on real numbers, laws of exponents for real numbers.
- Ratio and proportion, percentage, profit and loss, simple and compound interest, time and distance, time and speed, work and time.
- Collection of data, presentation of data, graphical representation of data, measure of central tendency, mean, mode, median of ungrouped & grouped data.

लेजर टाईपसैटिंग :
पूजा एण्टरप्राईजेज़
जयपुर

मुद्रक :
के.डी. प्रिन्टर्स
जयपुर।

Code No.: D-710

अनुक्रमणिका

अध्याय नं. अध्याय का नाम .... पेज नम्बर

❖ कनिष्ठ लेखाकार व तहसील राजस्व लेखाकार संयुक्त प्रतियोगी परीक्षा
गणित (Mathematics) : 4 दिसम्बर, 2016 .... P-1—P-5

❖ कनिष्ठ लेखाकार व तहसील राजस्व लेखाकार संयुक्त प्रतियोगी परीक्षा
गणित (Mathematics) : 2 अगस्त, 2015 .... P-6—P-9

❖ कनिष्ठ लेखाकार व तहसील राजस्व लेखाकार संयुक्त प्रतियोगी परीक्षा
गणित (Mathematics) : 3 जनवरी, 2011 .... P-10—P-14

1 संख्या पद्धति
[Number System] 1
- ❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य .... 1 ❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 4
- ❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर .... 6 ❖ उत्तर हल सहित 9

2 वास्तविक संख्याओं की संक्रियाएँ
[Operation on Real Number] 15
- ❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य .... 15 ❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 15
- ❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर .... 17 ❖ उत्तर हल सहित 19

3 घातांक के नियम
[Laws of Exponents] 23
- ❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य .... 23 ❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 24
- ❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर .... 25 ❖ उत्तर हल सहित 28

4 अनुपात एवं समानुपात
[Ratio and Proportion] 34
- ❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य .... 34 ❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 35
- ❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर .... 37 ❖ उत्तर हल सहित 39

5 प्रतिशत
[Percentage] 46
- ❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य .... 46 ❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 46
- ❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर .... 47 ❖ उत्तर हल सहित 50

6 लाभ एवं हानि
[Profit and Loss] 58
- ❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य .... 58 ❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 58
- ❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर .... 60 ❖ उत्तर हल सहित 63

अध्याय नं. अध्याय का नाम .... पेज नम्बर

7 सरल एवं चक्रवृद्धि ब्याज
[Simple and Compound Interest] 70
❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य 70
❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 71
❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर 73
❖ उत्तर हल सहित 76

8 समय व दूरी
[Time and Distance] 86
❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य 86
❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 87
❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर 90
❖ उत्तर हल सहित 92

9 समय व कार्य
[Time and Work] 97
❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य 97
❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 97
❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर 100
❖ उत्तर हल सहित 103

10 डाटा निरूपण
[Data Interpretation] 109
❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य 109
❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 112
❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर 115
❖ उत्तर हल सहित 125

11 केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप
[Measure of Central Tendency] 130
❖ महत्त्वपूर्ण तथ्य 130
❖ महत्त्वपूर्ण उदाहरण 134
❖ बहुविकल्पीय प्रश्नोत्तर 136
❖ उत्तर हल सहित 139

राजस्थान लोक सेवा आयोग, अजमेर द्वारा आयोजित

EXAM DATE : 04-12-2016

लेखाकार/कनिष्ठ लेखाकार भर्ती परीक्षा 2013 [Re-exam]

सॉल्वड पेपर

वर्ष 2013 में विज्ञप्ति जारी हुई तथा वर्ष 2015 में परीक्षा हुई लेकिन रद्द होने की वजह से यह परीक्षा 4 दिसम्बर 2016 को आयोजित हुई।

101. सोना पानी से 19 गुना भारी है और ताँबा पानी से 9 गुना भारी है। सोने तथा ताँबे को किस अनुपात में मिलाया जाये कि मिश्रित धातु पानी से 15 गुना भारी हो?

(A) 19 : 9 (B) 9 : 19
(C) 2 : 3 (D) 3 : 2 **[D]**

व्याख्या—माना अभीष्ट अनुपात x : 1 है—

प्रश्नानुसार

$$19x + (9\times1) = 15(x + 1)$$
$$19x + 9 = 15x + 15$$
$$19x - 15x = 15 - 9$$
$$4x = 6$$
$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

अतः अभीष्ट अनुपात 3 : 2 होगा।

102. 23, 30, 57 और 78 में से कौनसी संख्या घटाई जाए कि शेष संख्याएँ समानुपाती हों?

(A) 4 (B) 5
(C) 6 (D) 7 **[C]**

व्याख्या— माना घटाई जाने वाली संख्या x है—

प्रश्नानुसार

$$(23 - x) : (30 - x) :: (57 - x) : (78 - x)$$
$$(23 - x)(78 - x) = (30 - x)(57 - x)$$
$$1794 - 78x - 23x + x^2 = 1710 - 57x - 30x + x^2$$
$$1794 - 101x + x^2 = 1710 - 87x + x^2$$
$$101x - 87x = 1794 - 1710$$
$$14x = 84$$
$$x = \frac{84}{14} = 6$$

अतः घटाई जाने योग्य संख्या 6 है।

103. यदि X = YZ तथा यदि Y और Z प्रत्येक में उनके मूल मानों से 20% की कमी हो जाती है तो X के मान में कमी कितने प्रतिशत है?

(A) 36% (B) 40%
(C) 60% (D) 21% **[A]**

व्याख्या— दिया गया है—

$$X = YZ$$

Y व Z में 20% की कमी पर X के मान में प्रतिशत कमी

$$= -20 - 20 + \left(\frac{20\times20}{100}\right)$$
$$= 20 - 20 + 4 = -36\%$$

अर्थात X के मान में 36% की कमी हो रही है।

104. एक व्यक्ति ₹10 की 11 मोमबत्तियों की दर से मोमबत्तियाँ खरीदता है तथा इन्हें ₹11 की 10 मोमबत्तियों की दर से बेचता है। उसका लाभ प्रतिशत में क्या है?

(A) 10% (B) 40%
(C) 9% (D) 21% **[D]**

व्याख्या—

₹	मात्रा
10	11
11	10

$$\text{क्रय मूल्य} = 10 \times 10 = 100$$
$$\text{विक्रय मूल्य} = 11 \times 11 = 121$$
$$\text{लाभ प्रतिशत} = \frac{121-100}{100}\times100$$
$$= 21\%$$

105. एक दुकानदार दो प्रकार की मैदा को 2 : 3 के अनुपात में मिलाता है तथा फिर इसे ₹22 प्रति किग्रा बेचने से उसको 10% लाभ होता है। यदि कम मात्रा वाली मैदा का भाव ₹14 प्रति किग्रा हो तो अधिक मात्रा वाली मैदा का भाव प्रति किग्रा क्या है?

(A) ₹23 (B) ₹24
(C) ₹25 (D) ₹21 **[B]**

व्याख्या— माना A व B प्रकार की मैदा क्रमशः 2x व 3x है।

यदि क्रय मूल्य ₹100 है तो 10% लाभ पर विक्रय मूल्य = ₹110

A प्रकार की मैदा का क्रयमूल्य = (2x)14 = 28x

B प्रकार की मैदा का क्रयमूल्य = 100 – 28 = ₹72

B प्रकार की मैदा का भाव = $\frac{72}{3}$ = ₹24

106. ₹2,600 दो भागों में ब्याज पर दिये गये। यदि 5% वार्षिक दर से 3 वर्ष में पहले भाग का साधारण ब्याज, 4% वार्षिक दर से

120. बहुलक और माध्य का अंतर बराबर है—

(A) 3 (माध्यिका-माध्य) (B) 2 (माध्यिका-माध्य)
(C) 3 (माध्य-बहुलक) (D) 2 (बहुलक-माध्य) **[A]**

व्याख्या—हम जानते है कि

3 माध्यिका = बहुलक + 2 माध्य
बहुलक = 3 (माध्यिका) – 2 (माध्य)
बहुलक – माध्य = 3 (माध्यिका) – 3 माध्य
= 3 (माध्यिका – माध्य)

121. $[(6374)^{1793} \times (625)^{317} \times (314)^{491}]$ का इकाई अंक क्या है?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 **[A]**

व्याख्या—

$(6374)^{1793}$ में इकाई अंक = 4
$(6374)^{1793}$ में इकाई अंक = 5
$(6374)^{1793}$ में इकाई अंक = 1
अतः गुणनफल में इकाई का अंक = 4 × 5 × 1 = 0
अतः गुणनफल में इकाई का अंक शून्य होगा।

122. निम्न में से कौनसी परिमेय संख्याएँ आरोही क्रम में हैं?

(A) 17/19, 11/14, 16/21
(B) 16/21, 11/14, 17/19
(C) 11/14, 17/19, 16/21
(D) 17/19, 16/21, 11/14 **[B]**

व्याख्या—

$$\frac{17}{19} = 0.894$$

$$\frac{11}{14} = 0.785$$

$$\frac{16}{21} = 0.761$$

अतः सही आरोही क्रम 0.761 < 0.785 < 0.894

अर्थात $\frac{16}{21} < \frac{11}{14} < \frac{17}{19}$

123. यदि संख्या 517*324, 3 से विभाजित होती हो तो वो कौनसा पूर्ण अंक है जो * के स्थान पर आयेगा?

(A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3 **[C]**

व्याख्या—किसी संख्या की 3 से विभाजकता के लिए अंकों का योग 3 से विभाजित होना चाहिए

अर्थात् = 5 + 1 + 7 + * + 3 + 2 + 4
= 22 + *
* का मान 2 होने पर = 22 + 2 = 24
जो कि 3 से पूर्वतः विभाजित है अतः * का अभीष्ट मान 2 होगा।

124. एक तीन अंकों की संख्या 4p3 में 984 जोड़ने पर एक चार अंकों की संख्या 13q7 प्राप्त होती है।
यदि 13q7, 11 से भाज्य है, तो (p + q) = ?

(A) 10 (B) 11
(C) 12 (D) 15 **[A]**

व्याख्या—दी गई संख्या 13q7, 11 से भाज्य है

अर्थात् 1 + q = 3 + 7
q = 10 – 1 = 9
अतः चार अंकों की संख्या 1397 होगी।
प्रश्नानुसार
4p3 + 984 = 1397
4p3 = 1397 – 984
4p3 = 413
तुलना करने पर p = 1
अतः p + q = 9 + 1 = 10 प्राप्त होगा।

125. $(47^{43} + 43^{43})$ और $(47^{47} + 43^{47})$ का निम्न में से कौनसा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड है?

(A) (47 – 43) (B) (47 + 43)
(C) $(47^{43} + 43^{43})$ (D) $(47^4 + 43^4)$ **[B]**

व्याख्या—जब घात n विषम हो तो $(x^n + a^n)$ हमेशा $(x + a)$ से विभाजित होता है अर्थात
$(47^{43} + 43^{43})$ तथा $(47^{47} + 43^{47})$ दोनो (43 + 47) से विभाजित होंगे। अतः उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (43 + 47) होगा।

व्याख्या—माना संख्या x है—

प्रश्नानुसार

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{5}x + 4$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}x = 4$$

$$10x - 9x = 60$$

$$x = 60$$

122. उत्कर्ष एक टीवी उसके अंकित मूल्य के 3/4 मूल्य पर खरीदता है। वह अंकित मूल्य से 20% अधिक पर इसे बेचता है, तो लाभ प्रतिशत ज्ञात करो—

(A) 20% (B) 45% (C) 60% (D) 75% **[C]**

व्याख्या—माना टी.वी. का अंकित मूल्य x है—

$$\text{क्रयमूल्य} = \frac{3}{4}x$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = \frac{x \times 120}{100} = \frac{6x}{5}$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\frac{6x}{5} - \frac{3}{4}x}{\frac{3}{4}x}$$

$$= \frac{\frac{24x - 15}{20}}{\frac{3}{4}x}$$

$$= \frac{9x \times 4}{20 \times 3x} \times 100$$

$$= \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

123. $\frac{44 \times 3 + 128 + 120}{98.5 - 94.7} = ?$

(A) 380 (B) 100 (C) 376 (D) 1000 **[B]**

व्याख्या

$$= \frac{44 \times 3 + 128 + 120}{98.5 - 94.7}$$

$$= \frac{132 + 128 + 120}{3.8}$$

$$= \frac{380}{3.8}$$

$$= 100$$

124. राम एक काम को 8 दिन में रहीम उसे 16 दिन में तथा श्याम 12 दिन में समाप्त करता है। यदि तीनों मिलकर काम करें तो आधा काम कितने दिनों में समाप्त हो जायेगा—

(A) $3\frac{8}{13}$ दिन (B) $1\frac{11}{13}$ दिन

(C) $2\frac{11}{13}$ दिन (D) $3\frac{11}{13}$ दिन **[B]**

व्याख्या—राम का 1 दिन का काम $= \frac{1}{8}$

रहीम का 1 दिन का काम $= \frac{1}{16}$

श्याम का 1 दिन का काम $= \frac{1}{12}$

तीनों मिलकर 1 दिन का काम

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{6 + 3 + 4}{48}$$

$$= \frac{13}{48}$$

आधे काम को तीनों मिलकर करेंगे

$$= \frac{48}{13} \times \frac{1}{2} = \frac{24}{13} \text{ दिन}$$

$$= 1\frac{11}{13} \text{ दिन}$$

125. यदि 250 मीटर लम्बी ट्रेन एक खम्बे को 12 सेकण्ड में पार करती है तो ट्रेन की गति ज्ञात करो—

(A) 25 किमी./घंटा (B) 68 किमी./घंटा

(C) 72 किमी./घंटा (D) 75 किमी./घंटा **[D]**

व्याख्या—ट्रेन की लंबाई = 250 मी.

समय = 12 सेकण्ड

$$\text{ट्रेन की गति} = \frac{\text{ट्रेन की लंबाई}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{250}{12} \text{ मी./सेकण्ड}$$

$$= \frac{250}{12} \times \frac{60 \times 60}{1000} \text{ किमी./घंटा}$$

$$= 75 \text{ किमी./घंटा}$$

1 संख्या पद्धति [Number System]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

❖ **संख्या**—एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं।

❖ **पूर्ण संख्याएँ**—धनात्मक पूर्ण संख्याएँ कुल दस होती है। जैसे—0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. **प्राकृत संख्याएँ (Natural Numbers) :** 1, 2, 3, 4, ...
2. **पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers) :** 0, 1, 2, 3, 4, 5 ......
3. **पूर्णांक संख्याएँ (Integer Numbers) :** $-\infty$ से $+\infty$ तक

❖ 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यह Neutral (उदासीन) संख्या है।

प्राकृतिक संख्याएँ (Natural Numbers)

❖ वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। इन्हें Counting Number भी कहते हैं।
उदाहरण—1, 2, 3, 4, 5, 6.......... ∞ प्राकृतिक संख्याएँ हैं।
नोट—
(i) शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
(ii) कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
(iii) भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं है। जैसे—$\frac{3}{4}, \frac{-1}{5}$

❖ **सम संख्याएँ (Even Numbers)**—वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णतः) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

❖ **विषम संख्याएँ (Odd Numbers)**—वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती है।
उदा.—1, 3, 5, 7, 9, 11......आदि।

❖ शून्य न तो सम संख्या है न ही विषम संख्या।

❖ **भाज्य संख्याएँ (Composite Numbers)**—1 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या से भाग लग सके, भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।
जैसे: 4, 6, 8, 9, 15, 16..........आदि।

❖ दो (2) एक भाज्य संख्या नहीं है। यह एक अभाज्य संख्या है।

❖ **अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers)**—वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य न हो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।
उदाहरण—2, 3, 5, 7, 11, 13, ...आदि संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं।

❖ एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

परिमेय संख्याएँ (Rational Numbers)

❖ परिमेय संख्या उस संख्या को कहते हैं, जिसे $\frac{P}{Q}$ के रूप में लिखा जा सके : जहाँ P और Q दोनों ही पूर्णांक हों किन्तु Q शून्य न हो।
उदाहरण—$\frac{3}{5}, \frac{-3}{5}, \frac{0}{4}, \frac{2}{-7}, \frac{-2}{-7}$ आदि ये सभी भिन्न संख्याएँ हैं जिनके अंश एवं हर दोनों पूर्णांक हैं तथा हर शून्य नहीं है। ऐसी संख्याएँ परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।

❖ परिमेय संख्याओं के लिए शून्य से भाग परिभाषित नहीं होता इसलिए परिमेय संख्याओं में हर को शून्य नहीं लिया जाता है।

❖ परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ को अनन्त रूप से लिखा जा सकता है,
उदाहरण—$\frac{a}{b} = \frac{2a}{2b} = \frac{-a}{-b} = \frac{4a}{4b}$ ....इत्यादि। परिमेय संख्याओं के विभिन्न रूप समान होते हैं और एक ही संख्या प्रदर्शित करते हैं।

❖ प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है। Ex. $5 = \frac{5}{1}, a = \frac{a}{1}$

❖ **(a)** $\frac{a}{-b}, \frac{-a}{b}$ ऋण परिमेय संख्याएँ हैं।
(b) $\frac{a}{b}, \frac{-a}{-b}, \frac{1}{b}$ धनपरिमेय संख्याएँ हैं।

अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Numbers)

❖ वे संख्याएँ जो $\frac{p}{q}$ के पदों में व्यक्त न की जा सकें। जहाँ p और q दोनों पूर्णांक हों। (जबकि $q \neq 0$) अपरिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।
उदाहरण—$\sqrt{5}, \sqrt{2}, 5+\sqrt{3}, \pi$ आदि अपरिमेय संख्याएँ हैं।

❖ एक परिमेय व अपरिमेय संख्या का योग, घटाना, गुणा, भाग सभी अपरिमेय होता है।

❖ $\frac{22}{7}$ एक परिमेय संख्या है किन्तु π अपरिमेय है।

❖ दो अपरिमेय संख्या का योग, घटाना, गुणा, भागफल का अपरिमेय होना आवश्यक नहीं है।

2 वास्तविक संख्याओं की संक्रियाएँ [Operation on Real Number]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

BODMAS नियम

❖ अंकगणित में गणितीय संक्रियाएँ जैसे-जोड़, घटाव, गुणा, भाग करने हेतु यह नियम निर्धारित किया गया है।

❖ जब एक ही व्यंजक में उक्त सभी संक्रियाएँ सम्पन्न करनी होती हैं तो उन्हें जिस क्रम में हल किया जाना चाहिए, वह 'BODMAS' नियम द्वारा निर्धारित होता है।

V – Vinculum (Bar Bracket) (बार/दण्ड कोष्ठक)
B – Brackets (कोष्ठक)
O – of (का, के, की)
D – Division (भाग)
M – Multiplication (गुणा)
A – Addition (जोड़)
S – Subtraction (घटाव)

❖ कोष्ठक भी चार प्रकार के होते हैं—
- ✧ दण्ड कोष्ठक (Line/Bar Bracket) '—',
- ✧ छोटा कोष्ठक (Circular Brackets/Simple or Small Bracket/Open Brackets) '( )',
- ✧ मध्यम या मंझला कोष्ठक (Curly Brackets) '{ }'
- ✧ बड़ा कोष्ठक (Square Brackets/Closed Brackets) '[ ]'

❖ इस नियम के अनुसार सबसे पहले ऊपर की रेखा 'दण्ड कोष्ठक' (Vinculum or Bar) '—' उसके बाद 'छोटा कोष्ठक' ( ) फिर मध्यम कोष्ठक { } को और अंत में बड़े कोष्ठक [ ] को, उसके बाद 'का' (Of) को हल करते हैं। फिर भाजन (Divide), गुणन (Multiple) तथा उसके बाद योग (Addition) को हल करते हैं। सबसे अन्त में घटाव या बाकी (Subtraction) को सरल किया जाता है। यही 'BODMAS' का नियम है।

❖ सरलीकरण से संबंधित प्रश्नों को हल करने में निम्नलिखित बीजगणितीय सूत्र सहायक होते हैं—

❖ **सरलीकरण हेतु बीजगणितीय सूत्र—**
- ✧ $xa + xb + xc = x(a + b + c)$
- ✧ $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- ✧ $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- ✧ $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- ✧ $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- ✧ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ✧ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- ✧ $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- ✧ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)$
- ✧ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$
- ✧ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- ✧ $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ✧ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- ✧ यदि $a + b + c = 0$ तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- ✧ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+\frac{1}{x^2}+2$
- ✧ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+\frac{1}{x^2}-2$
- ✧ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4$
- ✧ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4$
- ✧ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3 = x^3+\frac{1}{x^3}+3\left(x+\frac{1}{x}\right)$
- ✧ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3 = x^3-\frac{1}{x^3}-3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

महत्त्वपूर्ण उदाहरण

उदाहरण 1. $[(102 - 16 \div 8) - 2] \div [3 + 6 \times (5 + 4) \div 3 - 7]$ का मान कितना होगा?

हल: $[(102 - 16 \div 8) - 2] \div [3 + 6 \times (5+4) \div 3 - 7]$
BODMAS नियम से
$[(102 - 2 - 2)] \div [3 + 6 \times 9 \div 3 - 7]$
$= 98 \div [3 + 18 - 7]$
$= 98 \div [14]$
$= \frac{98}{14} = 7$

उदाहरण 2. $5 \div 8$ of $2 - 10 \div 5$ of $8 + 6 \div 15 \times (7 - 4)$ of $2 - 2$ का मान ज्ञात करें।

हल: $5 \div 8$ of $2 - 10 \div 5$ of $8 + 6 \div 15 \times (7 - 4)$ of $2 - 2$

3 घातांक के नियम [Laws of Exponents]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

घातांक

- जब किसी संख्या के गुणनों को संख्या के ऊपर लिख दिया जाए तो वह उस संख्या का **घातांक** कहलाता है।
  उदाहरण—$y \times y \times y \times y \times y \times y$ को y^6 यहाँ y आधार तथा 6 घात है।
- **आधार**—उस राशि को जिसका अनेक बार गुणा किया गया है, **आधार** कहते हैं। जैसे- a^3 में a का 3 बार गुणा किया गया है, अतः आधार a है।
- जिस संख्या पर घात लिखा नहीं होता उसकी घात एक मानी जाती है।
  $(5)^1 = 5$
- किसी संख्या की घात शून्य (0) होने पर हमेशा मान एक (1) होता है।

घातांक के नियम

- समान आधार पर विभिन्न घातों वाली संख्याएँ आपस में गुणा हो तो घातें जुड़ जाती है—
  $\mathbf{a^m \times a^n \times a^k = a^{m+n+k}}$
  उदाहरण— $3^3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^{3+2+4}$ या 3^9
- समान आधार पर विभिन्न घातों वाली संख्याएँ आपस में विभाजित हो तो घातें घट जाते हैं।
  $\mathbf{\frac{a^m}{a^n}}$ या $\mathbf{a^m \div a^n = a^{m-n}}$
  उदाहरण— $\frac{5^5}{5^2} = 5^{5-2}$ या 5^3
- यदि किसी संख्या की घात पर घात हो तो घातें आपस में गुणा हो जातें हैं।
  $\mathbf{(a^m)^n = a^{mn}}$
  उदाहरण— $(3^3)^2 = 3^{3\times2}$ या 3^6
- यदि किसी संख्या की घात 1 हो तो उसका मान (1) वही संख्या होती है।
  $\mathbf{a^1 = a}$
  उदाहरण—$3^1 = 3$
  $\mathbf{a^0 = 1}$
  उदाहरण— $5^0 = 1$
- किसी भिन्न के अंश को हर तथा हर को अंश में बदल देने पर घात का चिह्न बदल जाता है।
  $\mathbf{\frac{1}{a^{-n}} = a^n}$
  उदाहरण— $\frac{1}{7^{-3}} = 7^3$
- यदि अलग अलग संख्याओं पर समान घातें हो तथा संख्याएँ गुणा में हो तो संख्याएँ आपस में गुणा हो जाती है।
- $\mathbf{(ab)^n = a^n \cdot b^n}$
- $\mathbf{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$
- $\mathbf{a\sqrt{x} + b\sqrt{x} + c\sqrt{x} = \sqrt{x}(a+b+c)}$
  उदाहरण—$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(5+4+2)$
  $\sqrt{3}(11) = 11\sqrt{3}$
- $\mathbf{\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{a \times b \times c}}$
  उदाहरण— $\sqrt{4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3 \times 12} = \sqrt{144} = 12$
- $\mathbf{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}}$
  उदाहरण— $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}}$
- $\mathbf{(\sqrt[n]{a})^n = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a}$
- $\mathbf{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$
  उदाहरण— $\sqrt[3]{\frac{49}{15}} = \frac{\sqrt[3]{49}}{\sqrt[3]{15}}$
- $\mathbf{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}}$
  उदाहरण— $\sqrt[3]{\sqrt[2]{45}} = \sqrt[3\times2]{45}$ या $\sqrt[6]{45}$
- घातांक के प्रश्नों को हल करने के लिए निम्न मानों को ध्यान में रखें—

$\sqrt{2} = 1.414,$	$\sqrt{6} = 2.449$
$\sqrt{3} = 1.732,$	$\sqrt{7} = 2.645$
$\sqrt{5} = 2.236,$	$\sqrt{8} = 2.828$

संख्या को घातांक रूप में बदलना

- किसी भी पूर्णांक को घातांक रूप में बदलने के लिए अभाज्य गुणनखण्ड करते हैं। जैसे—
  $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$
  $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^1$

4 अनुपात एवं समानुपात [Ratio and Proportion]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

अनुपात (Ratio)

❖ वह गणितीय व्यंजक जो समान ईकाई की दो असमान राशियों के बीच सम्बन्ध या तुलना को दिखाता है, **अनुपात** कहलाता है।

❖ अनुपात के द्वारा हमें इस बात की जानकारी प्राप्त होती है कि दो राशियों में कौन अधिक, कम या कितना गुना अधिक या कम है। इसे दो राशियों के बीच (:) चिह्न रखकर सूचित किया जाता है। इस चिह्न को 'इज टू' (is to) पढ़ा जाता है।

❖ अतः m अनुपात n को m : n या $\frac{m}{n}$ द्वारा सूचित करते हैं। अनुपात के प्रथम पद (m) को **पूर्व पद** (antecedent) तथा द्वितीय पद (n) को **अंतिम पद** (consequent) कहा जाता है।

अनुपात के गुण (Properties of Ratio)

❖ अनुपात की कोई इकाई नहीं होती है क्योंकि अनुपात सजातीय राशियों के बीच होता है।

❖ दो सजातीय राशियों का अनुपात एक भिन्न होगी, जिसमें अंश पूर्व पद तथा हर अंतिम पद होता है।

❖ अनुपात के पदों को समान संख्या से गुणा या भाग देने पर मान में कोई अन्तर नहीं होता है।

❖ सामान्यतया अनुपात के पदों में से उभयनिष्ठ गुणनखण्ड को हटाकर सूक्ष्म रूप में लिखते हैं।

अनुपात के प्रकार (Type of Ratios)

❖ **मिश्रित अनुपात (Mixed Ratio) :** दो या दो से अधिक अनुपातों के पूर्व पदों के गुणनफल और अन्तिम पदों के गुणनफल में जो अनुपात बनता है उसे मिश्रित अनुपात कहा जाता है।
जैसे—a : b, c : d का मिश्रित अनुपात (a . c) : (b . d) है इसी प्रकार 2 : 3, 5 : 7 का मिश्रित अनुपात (2 × 5) : (3 × 7) अर्थात 10 : 21 है।

❖ **वर्गानुपात (Duplicate Ratio) :** किसी अनुपात के पूर्व पद तथा अंतिम पदों के वर्गों से बना अनुपात वर्गानुपात होता है। जैसे अनुपात 3 : 5 का वर्गाअनुपात $(3)^2 : (5)^2$ यानि 9 : 25 है।

❖ **वर्गमूलानुपात (Subduplicate Ratio) :** किसी अनुपात के पूर्व पद तथा अंतिम पद के वर्गमूलों से बना अनुपात वर्गमूलानुपात कहलाता है।
जैसे—अनुपात 4 : 9 का वर्गमूलानुपात $\sqrt{4} : \sqrt{9}$ अर्थात् 2 : 3 है।

❖ **घनानुपात (Triplicate Ratio) :** किसी अनुपात के पूर्व पद तथा अंतिम पद के घनों से बना अनुपात घनानुपात कहलाता है।
जैसे—2 : 3 का घनानुपात $2^3 : 3^3$ यानि 8 : 27 है।

❖ **घनमूलानुपात (Subtriplicate Ratio) :** किसी अनुपात के पूर्व पद तथा अन्तिम पद के घनमूलों से बना अनुपात घनमूलानुपात कहलाता है।
जैसे—64 : 125 का तिहाई अनुपात $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{125}$ यानि 4 : 5 है।

❖ **विलोमानुपात (Inverse Ratio) :** किसी अनुपात के पदों को उलटा करके रखने पर प्राप्त अनुपात विलोमानुपात कहलाता है।
जैसे—2 : 3 का विलोमानुपात 3 : 2 है।

समानुपात (Proportion)

❖ यदि दो अनुपात एक दूसरे के समान हो तो उनके चारों पद समानुपाती होते हैं। समानुपात के लिए (: :) चिह्न का प्रयोग किया जाता है। इस चिह्न को 'एज' (as) पढ़ा जाता है।

❖ यदि अनुपात a : b : : c : d समान है अर्थात् a : b = c : d है तो इसे a : b : : c : d के रूप में लिखा जाता है। यहाँ पर a, b, c तथा d परस्पर समानुपाती है। a तथा d बाह्य पद है तथा b तथा c मध्य पद है। d को चतुर्थानुपाती (Fourth Proportional) कहा जाता है। जब चार राशियाँ समानुपाती होती है, तो
बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

यदि a : b : : c : d हो तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c$

❖ **योगान्तर निष्पति (Componendo-Dividendo) :** यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ हो तो $\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$ योगान्तर निष्पति कहलाती है।

❖ **वितततानुपात (Continued Proportion) :** यदि तीन सजातीय राशियाँ इस प्रकार की हो कि प्रथम राशि तथा द्वितीय राशि का अनुपात और द्वितीय राशि तथा तृतीय राशि के अनुपात के बराबर हो तो वे राशियाँ वितततानुपाती कहलाती हैं।
यदि a, b तथा c वितततानुपाती है तो $a : b = b : c \Rightarrow a \times c = b \times b$ $\Rightarrow b^2 = ac \Rightarrow b = \sqrt{ac}$ यहाँ पर b को **मध्यानुपाती** (Mean Proportional) कहते हैं। c को a तथा b का तृतीयानुपाती कहा जाता है।

5 प्रतिशत [Percentage]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

❖ **प्रतिशत (Percentage)** : किसी भी राशि या मात्रा को 100 के आधार पर व्यक्त करने की क्षमता **प्रतिशत** कहलाती है।

❖ **प्रतिशत निकालने का गणितीय सूत्र**

(i) x, y का $\frac{x}{y}\times 100\%$ है।

(ii) x का y% = $\frac{xy}{100} = y$ का x%

जैसे—300, 500 का $\frac{300}{500}\times 100\% = 60\%$ है।

500, 300 का $\frac{500}{300}\times 100\% = 166\frac{2}{3}\%$

40 का 20% = $40\times\frac{20}{100} = 8$ है।

❖ **प्रतिशत को भिन्न तथा भिन्न को प्रतिशत में बदलना**

(i) $x\% = \frac{x}{100}$ (ii) $\frac{x}{y} = \frac{x}{y}\times 100\%$

जैसे—

✧ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 100\% = 50\%$

✧ $\frac{3}{8} = \frac{3}{8}\times 100\% = \frac{75}{2}\% = 37\frac{1}{2}\%$

✧ $12\frac{1}{4}\% = \frac{49}{4}\% = \frac{49}{4}\times\frac{1}{100} = \frac{49}{400}$

✧ $87.5\% = \frac{87.5}{100} = \frac{7}{8}$

❖ **इकाई का प्रयोग**

प्रतिशत निकालते वक्त समान इकाई प्रयुक्त होनी चाहिए, जैसे 10 पैसा 10 रुपये का कितना प्रतिशत है, यह जानने के लिए हमें निकालना होगा कि 10 पैसा, 1000 पैसा (= ₹10) का कितना प्रतिशत है तथा अभीष्ट प्रतिशत $\frac{10}{1000}\times 100\% = 1\%$ होगा।

❖ **प्रतिशत को भिन्न के रूप में बदलना**

किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग दिया जाता है।

$$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$
$$13\% = \frac{13}{100}$$
$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$
$$120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5}$$

❖ **भिन्न को प्रतिशत के रूप में व्यक्त करना**

किसी भिन्न को प्रतिशत के रूप में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा किया जाता है।

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{5}\times 100 = 80\%$$
$$\frac{4}{25} = \frac{4}{25}\times 100 = 16\%$$

❖ **प्रतिशत को दशमलव के रूप में व्यक्त करना**

किसी प्रतिशत को दशमलव में व्यक्त करने के लिए दशमलव को उस संख्या से दो अंक Right से Left ले आते हैं।

जैसे—

4% = .04
100% = 1
25% = 0.25
20% = 0.20

❖ **दशमलव को प्रतिशत के रूप में लिखना**

किसी दशमलव अंक को प्रतिशत में बदलने के लिए दशमलव अंक में 100 से गुणा करते हैं तथा प्राप्त फल के बाद प्रतिशत का चिह्न लगा देते हैं।

जैसे— $0.25 \Rightarrow 0.25\times 100\% = 25\%$

महत्त्वपूर्ण उदाहरण

उदाहरण 1: A का 30% B के 25% के बराबर है तो B, A का कितना % है?

हल: प्रश्नानुसार $\frac{30}{100}A = \frac{25}{100}B$

$$\frac{A}{B} = \frac{25}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{B}{A}\times 100 = \frac{30}{25}\times 100 = 120\%$$

6 लाभ एवं हानि [Profit and Loss]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

- क्रय मूल्य (CP) = विक्रय मूल्य (SP) – लाभ (P)
- क्रय मूल्य (CP) = विक्रय मूल्य (SP) + हानि (L)
- लाभ (P) = विक्रय मूल्य (SP) – क्रय मूल्य (CP)
- हानि (L) = क्रय मूल्य (CP) – विक्रय मूल्य (SP)
- प्रतिशत लाभ $= \dfrac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$
- प्रतिशत हानि $= \dfrac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$
- % लाभ-हानि व विक्रय मूल्य ज्ञात होने पर क्रय मूल्य ज्ञात करना

  $$\text{क्रय मूल्य} = \frac{100}{100 + \text{लाभ}\%} \times \text{विक्रय मूल्य}$$

  $$\text{क्रय मूल्य} = \frac{100}{100 - \text{हानि}\%} \times \text{विक्रय मूल्य}$$

- % लाभ-हानि व क्रय मूल्य ज्ञात होने पर विक्रय मूल्य ज्ञात करना

  $$\text{विक्रय मूल्य} = \frac{100 + \text{लाभ}\%}{100} \times \text{क्रय मूल्य}$$

  $$\text{विक्रय मूल्य} = \frac{100 - \text{हानि}\%}{100} \times \text{क्रय मूल्य}$$

- यदि क्रमिक बट्टे x% तथा y% हो तो,

  $$\text{समतुल्य बट्टा} = (x + y) - \frac{xy}{100}$$

- यदि किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹ x हो तथा उस पर y% तथा z% का बट्टा उपलब्ध हो तो

  $$\text{विक्रय मूल्य} = x \times \frac{100 - y}{100} \times \frac{100 - z}{100}$$

- यदि किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹ x है उस पर y% बट्टा देने के बाद z% लाभ हो तो,

  $$\text{क्रयमूल्य} = \frac{x \times (100 - y)}{100 + z}$$

- यदि कोई वस्तु अंकित मूल्य पर x% छूट देने के बाद ₹ y में बेची जाती है तो

  $$\text{अंकित मूल्य} = \frac{y \times 100}{100 - x}$$

- यदि किसी वस्तु पर x% छूट देकर y% लाभ प्राप्त हो तो अंकित मूल्य को क्रय मूल्य का कितना प्रतिशत बढ़ाना पड़ेगा।

  $$\text{अभीष्ट वृद्धि } \% = \left(\frac{x + y}{100 - x}\right) \times 100$$

- अंकित मूल्य, क्रय मूल्य से x% बढ़ाकर रखने के बाद y% की छूट के उपरान्त लाभ (हानि) प्रतिशत ज्ञात करना हो तो।

  $$\text{अभीष्ट लाभ/हानि } \% = (x - y) - \frac{x \times y}{100}$$

  (यहाँ '+' चिह्न लाभ तथा '–' चिह्न हानि को प्रदर्शित करेगा।)

- जब x वस्तुएं खरीदने पर y वस्तु मुफ्त में मिले तो

  $$\text{बट्टा प्रतिशत} = \frac{y}{x + y} \times 100$$

- यदि किसी वस्तु का क्रय मूल्य ₹ x हो तो y% की छूट देकर z% लाभ प्राप्त करने हेतु

  $$\text{अंकित मूल्य} = \frac{x \times (100 + z)}{100 - y}$$

महत्त्वपूर्ण उदाहरण

उदाहरण 1: सौरव ने 10% लाभ पर एक टेलीविजन को सुभाष को दिया जिसने 5% हानि पर मुकेश को दिया तथा मुकेश ने 20% लाभ पर विवेक को बेच दिया। यदि विवेक ने यह टेलीविजन ₹12540 में खरीदी तो सौरव ने उसे कितने में खरीदा था?

हल: $\text{खरीद मूल्य} = \dfrac{100}{100+10} \times \dfrac{100}{100-5} \times \dfrac{100}{100+20} \times 12540$

$$= \frac{100}{110} \times \frac{100}{95} \times \frac{100}{120} \times 12540 = ₹10000$$

उदाहरण 2: यदि ₹12 में 15 केले खरीदकर ₹14 में 20 केले बेचा जाए तो प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए?

हल: $\text{प्रतिशत लाभ/हानि} = \dfrac{(14 \times 15 - 12 \times 20)}{12 \times 20} \times 100$

$$= \frac{(210 - 240)}{240} \times 100$$

$$= \frac{-30}{240} \times 100 = -12\frac{1}{2}\%$$

7 सरल एवं चक्रवृद्धि ब्याज [Simple and Compound Interest]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

सरल ब्याज

- **ब्याज (Interest) :** जब कोई व्यक्ति दूसरे के धन का उपयोग अपने कार्य के लिये करता है तो उसे इस धन का उपयोग करने के बदले में, दूसरे व्यक्ति को किराया देना पड़ता है। इस किराये को हम **ब्याज** कहते हैं। इसे I से प्रदर्शित किया जाता है।
- **मूलधन (Principal) :** जब कोई व्यक्ति अथवा संस्था अपनी जरूरत के अनुसार किसी बैंक, सहकारी संस्था या अन्य व्यक्ति से उधार लेता है तो उधार ली गई राशि को **मूलधन** कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित किया जाता है।
- **मिश्रधन (Amount) :** मूलधन तथा ब्याज सहित जो राशि वापस की जाती है, उसे **मिश्रधन** कहते हैं। इसे A से प्रदर्शित किया जाता है।
- **ब्याज की दर (Rate of Interest) :** जिस हिसाब से ब्याज लगाया जाता है, उसे ब्याज दर कहते हैं जिसे प्रतिशत में दर्शाया जाता है। प्रतिशत दर का अभिप्राय 100 रुपये का एक वर्ष के ब्याज से है। इसे R से प्रदर्शित किया जाता है।
- **समय (Time) :** उधार ली गयी राशि और वापिस की गयी राशि (चुकायी गयी राशि) के बीच के अन्तराल को समय कहते हैं। इसे T से प्रदर्शित किया जाता है।
- **साधारण ब्याज (Simple Interest) :** मूलधन पर जब ब्याज एक निश्चित समय के लिये लगाया जाता है तो उसे साधारण ब्याज कहा जाता है। मूलधन को समय एवं ब्याज की दर से गुणा करके 100 से भाग देने पर जो संख्या प्राप्त होती है वही अपेक्षित **साधारण ब्याज** होता है।
- जब दो तिथियों के बीच समय निकालना हो तो उधार देने वाली तिथि को न जोड़कर केवल चुकाने वाली तिथि को ही जोड़ते हैं।
  जैसे - 15 मार्च 2017 को राशि उधार दी गई तथा 20 नवम्बर, 2017 को राशि लौटाई तो समय
  मार्च + अप्रैल + मई + जून + जुलाई + अगस्त + सितम्बर + अक्टूबर + नवम्बर
  16 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 20 = 250 दिन
  वर्ष बनाने के लिए 365 का भाग देते हैं।

$$\text{अर्थात्} = \frac{250}{365} = \frac{50}{73} \text{ वर्ष}$$

महत्त्वपूर्ण सूत्र

- मिश्रधन = मूलधन + ब्याज ($A = P + I$)
- ब्याज = मिश्रधन – मूलधन ($I = A - P$)
- मूलधन = मिश्रधन – ब्याज ($P = A - I$)
- सरल ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$ अर्थात् $I = \frac{P \times R \times T}{100}$
- मूलधन = $\frac{100 \times \text{ब्याज}}{\text{समय} \times \text{दर}}$ $\quad P = \frac{100 \times I}{T \times R}$
- समय = $\frac{100 \times \text{ब्याज}}{\text{मूलधन} \times \text{दर}}$ $\quad T = \frac{100 \times I}{P \times R}$
- दर = $\frac{100 \times \text{ब्याज}}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$ $\quad P = \frac{100 \times I}{P \times T}$

चक्रवृद्धि ब्याज

- जब निश्चित अवधि में ब्याज न चुकाया जाये और संचित ब्याज की राशि को मूलधन में मिलाकर ब्याज की गणना की जाये तो ऐसे ब्याज को **चक्रवृद्धि ब्याज** कहते हैं। संक्षेप में चक्रवृद्धि ब्याज को C.I. से व्यक्त करते हैं।
- यदि ब्याज चुकाने की अवधि वार्षिक हो तो पहले वर्ष का मिश्रधन दूसरे वर्ष के लिए मूलधन बन जाता है और दूसरे वर्ष का मिश्रधन, तीसरे वर्ष के लिए मूलधन बन जाता है।
- यदि P = मूलधन, R = ब्याज की दर तथा T समय हो तो

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन } (1 + \text{दर})^{\text{समय}}$$
$$A = P\,(1 + R)^T$$

- चक्रवृद्धि ब्याज = (चक्रवृद्धि मिश्रधन – मूलधन)

अर्थात् $\quad C.I. = A - P$

या $\quad C.I. = P(1 + R)^T - P$

$\quad C.I. = P[(1 + R)^T - 1]$

- जब ब्याज की दर वार्षिक हो तो पहले वर्ष में साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज दोनों बराबर होते हैं तथा दोनों मिश्रधन भी समान होंगे।
- यदि मूलधन ₹ P हो, दर r% वार्षिक हो तथा समय n वर्ष हो तो

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन (A)} = P\left[1 + \frac{r}{100}\right]^n$$

8 समय व दूरी [Time and Distance]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

- चाल या गति वह दूरी है, जो समय की किसी दी हुई इकाई में तय की जाती है। जब बराबर समय में बराबर दूरी चली जाती है तो चाल **एक समान (Uniform)** कहलाती है।
- यदि चाल में कोई परिवर्तन न हो तो किसी दूरी को तय करने के लिए समय, दूरी के समानुपाती (Proportional) होता है।
- यदि दूरी में कोई परिवर्तन न हो तो उसे तय करने के लिए समय, चाल के प्रतिलोमानुपाती (Inversely proportional) होता है।
- यदि दो पिण्ड एक ही स्थान से एक ही समय में विपरीत या एक ही दिशा में चलें तो उन दोनों पिण्डों के बीच की दूरी सापेक्ष चाल × समय होती है।
- एक ही दिशा में चलने पर एक व्यक्ति दूसरे को तभी पकड़ सकता है, जबकि पहले की चाल दूसरे से अधिक हो।
- किसी वस्तु या व्यक्ति द्वारा ज्ञात समय में चली गई दूरी ज्ञात हो, तो

  (a) चाल $= \dfrac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ (b) समय $= \dfrac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

  (c) दूरी = चाल × समय
- चाल का मात्रक मी./से. या किमी./घंटा होता है।

  (i) यदि दी गई चाल किमी./घंटा में हो तो उसे मी./सै. में बदलने के लिए $\dfrac{5}{18}$ से गुणा करें।

  (ii) यदि दी गई चाल मी./सै. में हो तो उसे किमी./घंटा में बदलने के लिए $\dfrac{18}{5}$ से गुणा करें।
- **आपेक्षिक या सापेक्ष चाल :**

  (a) जब दो वस्तुएं एक ही दिशा में गतिशील हो—

  सापेक्ष चाल = (पहले की चाल – दूसरे की चाल)

  (b) जब दो वस्तुएँ विपरीत दिशा में गतिशील हो तो—

  आपेक्षिक चाल = (पहले की चाल + दूसरे की चाल)
- **गाड़ी से सम्बन्धित स्मरणीय सूत्र :**

  गाड़ी द्वारा किसी खम्भे या पेड़ को पार करने में लगा समय—

  $$= \frac{\text{गाड़ी की लम्बाई}}{\text{गाड़ी की चाल}}$$

  गाड़ी द्वारा किसी पुल या प्लेटफार्म को पार करने में लगा समय—

  $$= \frac{\text{गाड़ी की लंबाई + पुल या प्लेटफार्म की लंबाई}}{\text{गाड़ी की चाल}}$$
- **अगर दो गाड़ियां विपरीत दिशा में चल रही हो तो :**

  (i) एक दूसरे को छूने में लगा समय

  $$= \frac{\text{दोनों के बीच की दूरी}}{\text{दोनों की चालों का योग}}$$

  (ii) एक दूसरे को पार करने में लगा समय

  $$= \frac{\text{दोनों गाड़ियों की ल. का योग}}{\text{चालों का योग}}$$
- **अगर दो गाड़ियां विपरीत दिशा में चल रही हो तो :**

  (i) कम चाल से चलने वाली गाड़ी को पकड़ने में लगने वाला समय

  $$= \frac{\text{अतिरिक्त समय में उसके द्वारा तय की गई दूरी}}{\text{चालों का अंतर}}$$

  (ii) एक दूसरे को पार करने में लगा समय

  $$= \frac{\text{दोनों गाड़ियों की ल. का योग}}{\text{चालों का अंतर}}$$
- **धारा एवं नाव से सम्बन्धित सूत्र :**

  (i) धारा की दिशा में नाव की चाल

  = शांत जल में नाव की चाल + धारा की चाल

  (ii) धारा की प्रतिकूल दिशा में नाव की चाल

  = शांत जल में नाव की चाल – धारा की चाल

  (iii) अगर धारा की दिशा में नाव की चाल = U

  तथा धारा की प्रतिकूल दिशा में नाव की चाल = V

  तो धारा की चाल $= \dfrac{U - V}{2}$
- शांत जल में नाव की चाल $= \dfrac{V + U}{2}$
- **औसत चाल :**

  $$= \frac{\text{कुल तय की गई दूरी}}{\text{उस दूरी को तय करने में लिया गया कुल समय}}$$

9 समय व कार्य [Time and Work]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

- जब काम करने वालों की संख्या बढ़ती है तो काम करने में लिया गया समय घटता है।
- जब काम करने वालों की संख्या घटती है तो काम करने में लिया गया समय बढ़ता है।
- किसी कार्य को करने वाले आदमियों की कार्यक्षमता प्रतिदिन बराबर रहती है।
- किसी कार्य को पूरा करने में लगे आदमियों तथा कार्य में सीधा अनुपाती (अनुलोमानुपाती) सम्बन्ध होता है।
- समय और कार्य में भी सीधा अनुपाती सम्बन्ध होता है यदि कार्य को पूरा करने वाले आदमियों की संख्या स्थिर हो।
- किसी कार्य को करने वाले आदमी तथा उस कार्य को पूरा करने में लगे समय में विलोमानुपाती सम्बन्ध होता है।
- A और B किसी काम को भिन्न भिन्न समय में करते हों तो—

$$\frac{\text{A का काम}}{\text{B का काम}} = \frac{\text{B को लगा समय}}{\text{A को लगा समय}}$$

- यदि कोई व्यक्ति किसी काम को n दिन में करता है तो, 1 दिन में वह उस काम का $\frac{1}{n}$ भाग ही करेगा।
- यदि कोई व्यक्ति किसी काम का $\frac{x}{y}$ भाग n दिन में करता है तो पूरा काम $n \times \frac{y}{x}$ दिन में करेगा।
- यदि कोई व्यक्ति किसी काम को n दिन में करता है तो उसी काम का $\frac{x}{y}$ भाग करने में लिया गया समय $= \frac{nx}{y}$
- यदि कोई व्यक्ति किसी काम को n दिन में करता है तो उसके द्वारा m दिन में किया गया काम $= \frac{m}{n}$

महत्त्वपूर्ण उदाहरण

उदाहरण 1: यदि 10 व्यक्ति एक खेत की फसल को 8 दिन में काट सकें, तो 8 व्यक्ति इस फसल को कितने दिन में काट सकेंगे?

हल: कम व्यक्ति, अधिक दिन (विलोमानुपात)

8 : 10 : : 8 : x अर्थात् x

$= \left(\frac{10 \times 8}{8}\right) = 10$ दिन

उदाहरण 2: पाइप A और B एक टंकी को क्रमशः 15 घंटे और 18 घंटे में खाली कर सकते हैं। पाइप C अकेले इस टंकी को 6 घंटे में भर सकता है। यदि सभी तीनों पाइप एक साथ खोल दी जाएँ तो, टंकी का दो-तिहाई भाग कितने समय में भर जाएगा?

हल: तीनों पाइपों के एक साथ एक घंटे का कार्य

$$= \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{18}\right)$$

$$= \frac{15 - (6+5)}{90} = \frac{4}{90}$$

टंकी के दो तिहाई भाग को भरने में लगा समय

$$= \frac{2}{3} \times \frac{90}{4} = \frac{30}{2} = 15 \text{ घंटे}$$

उदाहरण 3: यदि 15 श्रमिक 10 दिनों में ₹1,800 कमा सकते हैं। 8 दिनों में 5 श्रमिकों की अर्जित राशि (₹) में ज्ञात करें।

हल: $M_1 = 15, D_1 = 10, w_1 = 1800$

$M_2 = 5, D_2 = 8, w_1 = ?$

$$\frac{M_1 D_1}{w_1} = \frac{M_2 D_2}{w_2}$$

$$w_2 = \frac{M_2 D_2}{M_1 D_1} \cdot w_1$$

$$w_2 = \frac{5 \times 8 \times 1800}{10 \times 15} = \frac{72000}{150} = ₹\ 480$$

उदाहरण 4: हनी और जुनू मिलकर एक निश्चित कार्य को 20 दिन में पूरा कर सकते हैं। हनी, ने 12 दिन काम किया, जुनू ने शेष कार्य को अकेले 36 दिन में पूरा किया। जुनू पूरे कार्य को अकेले कितने दिन में पूरा कर सकता है?

हल: हनी + जुनू के कुल कार्य दिवस = 20 दिन

हनी का 12 दिन कार्य + जुनू के 36 दिन का कार्य = 1

$\frac{12}{20}$ + जून के 24 दिन का कार्य $= 1 - \frac{12}{20}$

10 डाटा निरूपण [Data Interpretation]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

आँकड़े

❖ **आँकड़े/समंक (Data):** ऐसे तथ्य जो विशेष गुणों से युक्त हो, उनका संख्यात्मक रूप में प्रदर्शन **समंक** कहलाता है। इसे साधारणतः दो रूपों में प्रदर्शित किया जाता है—**गुणात्मक एवं संख्यात्मक**।

आँकड़ों का संकलन (Collection of Data)

❖ आँकड़ों का संकलन करने का उद्देश्य सामाजिक व आर्थिक समस्याओं को समझना, उनका विश्लेषण करना एवं उनकी व्याख्या करना होता है, ताकि उनके कारण समझकर उनका समाधान खोजा जा सके। इस हेतु जिन संख्यात्मक तथ्यों की आवश्यकता होती है, उन्हें आँकड़े कहा जाता है।

शुद्ध आँकड़े (Raw Data)

❖ वे आँकड़े जिन्हें एक अनुसंधानकर्ता अपने अनुसंधान के दौरान संकलित करता है, शुद्ध आँकड़े कहलाते हैं। ये अव्यवस्थित रूप में होते हैं। अनुसंधानकर्ता को इन्हें व्यवस्थित करना होता है।

❖ यदि आँकड़े किसी एक चर से संबंधित हों, तो उसे एकचर कहते हैं। यदि आँकड़े का संबंध दो चरों से हों, तो उसे द्विचर कहते हैं। यदि आँकड़े दो से अधिक चरों से संबंधित हों, तो उसे बहुचर कहते हैं।

आँकड़ों के स्रोत

❖ आँकड़ों के संग्रहण के दो स्रोत हैं—

1. **प्राथमिक स्रोत (Primary Source)**—यदि हम आँकड़ों को प्रथम बार उनके उद्‌गम स्थान के मूलभूत स्रोतों से संग्रहित कर रहे हैं तो ये प्राथमिक आँकड़ें होंगे।
2. **द्वितीयक स्रोत (Secondary Source)**—ये वे आंकड़े होते हैं जो किसी संस्था या एजेंसी से संग्रहित किए जाते हैं। उस संस्था या एजेंसी ने उन्हें अपने स्वयं के सांख्यिकीय सर्वेक्षण से इन्हें इकट्ठा किया हुआ होता है। अतः दूसरे व्यक्ति/संस्था/एजेंसी द्वारा इकट्ठे किए आँकड़े द्वितीयक आँकड़े कहलाएंगे।

प्राथमिक व द्वितीयक आँकड़ों में अंतर

❖ **मौलिकता में भिन्नता**—प्राथमिक आँकड़े मौलिक उद्‌गम से प्राप्त किए जाते हैं। अतः इन्हें **कच्चे माल** के रूप में प्रयुक्त किया जाता है। जबकि द्वितीयक आँकड़े **'तैयार सामग्री'** होती है जिसे तुरंत उपयोग किया जा सकता है।

❖ **उद्देश्य में भिन्नता**—प्राथमिक आँकड़ों का उद्देश्य निश्चित होता है, उनमें संशोधन की जरूरत नहीं होती। वहीं द्वितीयक आँकड़े पहले ही किसी अन्य उद्देश्य के लिए एकत्रित किए गए होते हैं। अतः उनमें संशोधन की आवश्यकता होती है।

❖ **संग्रहण लागत में भिन्नता**—प्राथमिक आँकड़ों के संग्रहण में समय व लागत अधिक होती है जबकि द्वितीयक आँकड़ों में समय व लागत कम होती है।

प्राथमिक आँकड़ों के संग्रहण की विधियाँ

1. **प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)**—इस प्रकार के अनुसंधान में व्यक्ति स्वयं वांछित क्षेत्र में जाकर सूचना प्रदान करने वाले से व्यक्तिशः सम्पर्क करके आँकड़ों का संग्रहण करता है। इस प्रणाली के गुण – आँकड़ों की मौलिकता, शुद्धता, विश्वसनीयता एवं एकरूपता।
2. **अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान (Indirect Oral Investigation)**—इस विधि में किसी समस्या में अप्रत्यक्ष रूप से संबंधित व्यक्तियों से मौखिक पूछताछ कर आँकड़ों को संग्रहित किया जाता है।
   गुण—विस्तृत क्षेत्र में लागू की जा सकती है। समय व लागत खर्च कम होता है। विशेषज्ञों के सुझाव प्राप्त हो जाते हैं एवं आँकड़ों के संग्रहण में सरलता रहती है।
3. **स्थानीय स्रोतों से सूचना प्राप्ति (Information from Local Sources)**—इस विधि में अनुसंधानकर्त्ता विभिन्न क्षेत्रों में उस स्थान के व्यक्तियों को नियुक्त कर सूचनाएँ एकत्रित करता है।
   गुण—यह प्रणाली मितव्ययी है, इसमें विस्तृत क्षेत्र से सूचनाएँ प्राप्त होती है, एवं सूचनाएँ निरंतर प्राप्त होती रहती है।
4. **प्रश्नावलियों द्वारा अनुसंधान (Information by Questionnaire)**—इस विधि में अनुसंधान के उद्देश्यों के अनुरूप प्रश्नावली तैयार कर डाक द्वारा अथवा गणक को व्यक्तिशः भेजकर सूचनाएँ एकत्रित की जाती है।
   गुण—इस विधि से प्राप्त सूचनाएँ मौलिक होती है। यह प्रणाली मितव्ययी है। इसमें विस्तृत क्षेत्र से आँकड़ों का संग्रहण किया जाता है। इसमें निष्पक्षता व शुद्धता रहती है। इस विधि में सभी प्रश्नों के उत्तर प्राप्त हो जाते हैं।

अच्छी प्रश्नावलियों के गुण

❖ प्रश्नावली के प्रश्नों से पूर्व आवश्यक निर्देश होने चाहिए।

❖ प्रश्नों की सीमित संख्या होनी चाहिए।

❖ प्रश्नों की भाषा स्पष्ट व सरल हो।

❖ प्रश्नों का उचित व क्रमबद्ध होना आवश्यक है।

11 केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप [Measure of Central Tendency]

महत्त्वपूर्ण तथ्य

सांख्यिकी

❖ आँकड़े या परिमाणात्मक सूचकांक जिनसे कुछ अर्थपूर्ण निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं, सांख्यिकी कहलाते हैं।

आँकड़ों की विवेचना

❖ आँकड़ों के विवेचन से तात्पर्य है—आँकड़ों का संग्रहण, वर्गीकरण, सारणीयन, तुलना, निर्वचन तथा पूर्वानुमान। प्रायः आँकड़ों को दो प्रकार से प्रदर्शित किया जाता है—
(i) लेखा-चित्रों द्वारा, (ii) सारणी द्वारा

❖ **प्राप्त आंकड़ों से बारम्बारता बंटन सारणी बनाना**—प्राप्त आंकड़ों को सारणीबद्ध करने से पूर्व निम्नांकित तथ्यों की जानकारी आवश्यक है—
- ✧ विचर का मान या प्रेक्षण का मान
- ✧ बारम्बारता (Frequency)
- ✧ मिलान चिह्न या गणना चिह्न

❖ **विचर का मान या प्रेक्षण का मान**—प्राप्त आंकड़ों की संख्या अर्थात् प्रेक्षणों की संख्या कम या अधिक हो सकती है। परन्तु आंकड़ों की विविधता या प्रेक्षणों का मान सीमित ही होता है। प्रेक्षणों के मान को **विचर का मान** भी कहते हैं।
जैसे—गणित विषय की एक परख का पूर्णांक 10 है तो परख में प्राप्तांक 0 से 10 के मध्य ही होंगे। अर्थात् विचर का मान या प्राप्तांक या प्रेक्षण का मान 0 से 10 तक सीमित होगा। परन्तु इस परख में कुल 40 विद्यार्थियों ने भाग लिया हो, तो प्रेक्षणों की कुल संख्या 40 होगी।
उदाहरण—एक कक्षा की 20 छात्राओं के गणित क्विज के प्राप्तांक हैं—
36, 37, 40, 48, 50, 48, 36, 50, 37, 36
48, 40, 50, 48, 37, 40, 50, 48, 37, 48
- ✧ ये आंकड़े प्राथमिक आंकड़े हैं।
- ✧ आंकड़ों या प्रेक्षणों की कुल संख्या = 20 है।
- ✧ विचर का मान या प्रेक्षण का मान या आंकड़ों की विविधता मात्र 36, 37, 40, 48, 50 (पाँच प्रकार के) हैं।

❖ **बारम्बारता (Frequency):** किसी अध्ययन में प्राप्त आंकड़ों की विविधता का अवलोकन करें तो हम पाएँगे कि किसी प्रेक्षण के मान की आवृत्ति होती है। किसी एक आंकड़े की आवृत्ति जितनी बार होती है, वह उस **आंकड़े या प्रेक्षण की बारम्बारता (Frequency)** कहलाती है। जैसे—उपर्युक्त उदाहरण में, 36 की आवृत्ति 3 बार, 37 की आवृत्ति 4 बार, 40 की आवृत्ति 3 बार, 48 की आवृत्ति 6 बार, 50 की आवृत्ति 4 बार हुई है। अतः 36 की बारम्बारता = 3, 37 की बारम्बारता = 4, 40 की बारम्बारता = 3, 48 की बारम्बारता = 6 एवं 50 की बारम्बारता = 4 है।

❖ **मिलान चिह्न या गणना चिह्न (Tally Marks)**—प्रेक्षण के मान की बारम्बारता ज्ञात करने के लिए मिलान चिह्न (Tally Marks) का प्रयोग किया जाता है।

❖ प्रेक्षण के मान की प्रत्येक आवृत्ति के लिए एक खड़ी रेखा खींची जाती है और चार खड़ी रेखाओं के पश्चात् उस प्रेक्षण का मान की पाँचवीं आवृति के लिए इन चारों खड़ी रेखाओं को काटती हुई एक तिरछी रेखा खींची जाती है।
जैसे—36 की आवृत्ति = ||| = 3 (उपर्युक्त उदाहरण में)
37 की आवृत्ति = |||| = 4
40 की आवृत्ति = ||| = 3
48 की आवृत्ति = ~~||||~~ | = 6
और 50 की आवृत्ति = |||| = 4

❖ **असमूहित आंकड़ों की सहायता से बारम्बारता सारणी तैयार करना**—असमूहित आंकड़ों की सहायता से बारम्बारता सारणी बनाना हम निम्नलिखित उदाहरण से भली-भाँति सीख सकते हैं।
प्रश्न : एक विद्यालय की 8वीं कक्षा के 30 छात्रों के गणित विषय के प्रथम टेस्ट में 5 अंकों में से प्राप्त अंक क्रमशः निम्न प्रकार हैं—
3, 1, 4, 5, 0, 3, 2, 2, 3, 3
2, 2, 3, 3, 1, 1, 3, 4, 4, 2
3, 2, 2, 3, 3, 4, 1, 1, 5, 5
इनकी बारम्बारता सारणी तैयार कीजिए।
हल : हम जानते हैं कि जितनी बार जिस अंक की पुनरावृत्ति होती है वह उसकी बारम्बारता होती है। अतः सारणी बनाने के लिए तीन स्तम्भों को बनाया जाता है जिसमें प्रथम स्तम्भ में 0 से 5 तक विचर होंगे तथा दूसरे स्तम्भ में रेखाओं द्वारा इनकी बारम्बारता दर्शाई जाएगी, तीसरे स्तम्भ में बारम्बारता को संख्यात्मक मान दिया जाता है, अतः सारणी निम्न प्रकार होगी।

क्र.सं.	प्राप्तांक	गणना चिह्न	बारम्बारता
1.	0	|	1
2.	1	~~||||~~	5
3.	2	~~||||~~ ||	7
4.	3	~~||||~~ ~~||||~~	10
5.	4	||||	4
6.	5	|||	3

❖ **असमूहित आँकड़ों से संचयी बारम्बारता सारणी बनाना**—संचयी बारम्बारता सारणी असमूहित आंकड़ों की सहायता से निम्नानुसार सीख

45. [A] बंटनों को आरोही/अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर मध्य का पद माध्यिका कहलाता है।

0, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 14, 17

पदों की संख्या विषम हो तो $M = \frac{n+1}{2}$वें पद

$= \frac{9+1}{2} = 5$वें पद का मान = 6

46. [A] जिस वर्ग की बारम्बारता सर्वाधिक होती है वही बहुलक वर्ग है।

47. [A] सर्वाधिक बारम्बारता वाला चर बंटन का बहुलक कहलाता है।

48. [B] माध्य $\overline{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{70}{7} = 10$

49. [C] बहुलक = 3 × माध्यिका – 2 माध्य

$= 3 \times 28 - 2 \times 30 = 24$

50. [D] प्रत्येक संख्या के साथ जो गणितीय संक्रिया की जाती है वही औसत के साथ होगी।

51. [C] छात्र के तीनों विषय में प्राप्तांकों का औसत

$= \frac{\text{तीनों विषयों के कुल अंक}}{3} = \frac{85+87+83}{3} = \frac{255}{3} = 85$

52. [B] समान्तर माध्य

$9 = \frac{6+7+9+x}{4} = \frac{22+x}{4}$

$22 + x = 36$

$x = 36 - 22 = 14$

53. [A] बंटन को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर

1, 2, 3, 5, 9

पदों की संख्या n = 5

अतः माध्यिका $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$वाँ पद

$= \left(\frac{5+1}{2}\right)$वाँ पद = 3वाँ पद

अतः माध्यिका 3 होगी।

54. [B] बंटन 3, 5, 7, 4, 2, 1, 4, 3, 4 में 4 की बारम्बारता सर्वाधिक है। अतः बहुलक 4 होगा।

55. [C] 10 संख्याओं का समान्तर माध्य = 20

यदि प्रत्येक संख्या को 2 से गुणा कर दिये जाये तो नया समान्तर माध्य = 20 × 2 = 40 होगा।

56. [B] टीम द्वारा बनाये गये रनों की बारम्बारता सारणी—

वर्ग	बारम्बारता
0 – 10	6
10 – 20	0
20 – 30	1
30 – 40	3
40 – 50	0
50 – 60	0
60 – 70	1

अतः वर्ग 0–10 की बारंबारता 6 होगी।

57. [B] दिये गये बंटन के अनुसार 20 वर्ष से कम आयु के बालकों की संख्या = 3 + 4 + 5 = 12 होगी।

58. [C] बंटन 4, 3, 4, 1, 2, 4, 7, 5, 3 में अंक 4 की बारम्बारता सर्वाधिक है। अतः बहुलक 4 होगा।

59. [A] माध्य $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

x	f	fx
2	3	6
4	2	8
6	1	6
P	4	4P

$\Sigma f = 10 \quad \Sigma fx = 4P + 20$

$5 = \frac{4P+20}{10}$

$50 = 4P + 20$

$4P = 50 - 20$

$P = \frac{30}{4} = 7.5$

60. [C] दिये गये बंटन को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर–

1, 1, 4, 4, 6, 8, 10, 12

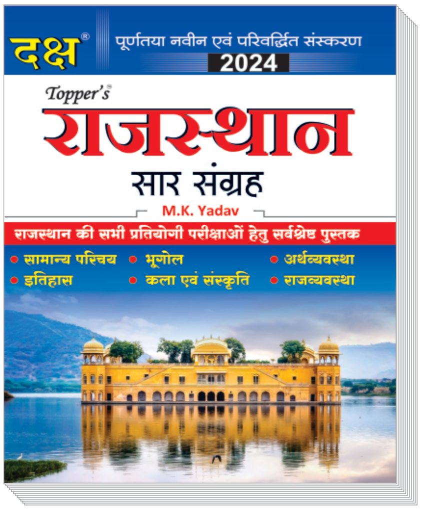
पदों की संख्या = 8

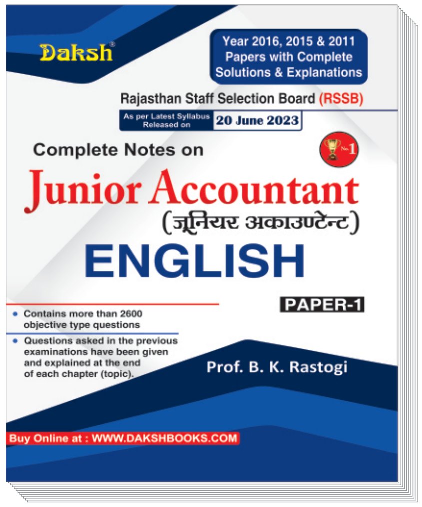
$$\text{माध्यिका} = \frac{\left(\frac{8}{2}\right)\text{वाँ पद} + \left(\frac{8}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$$

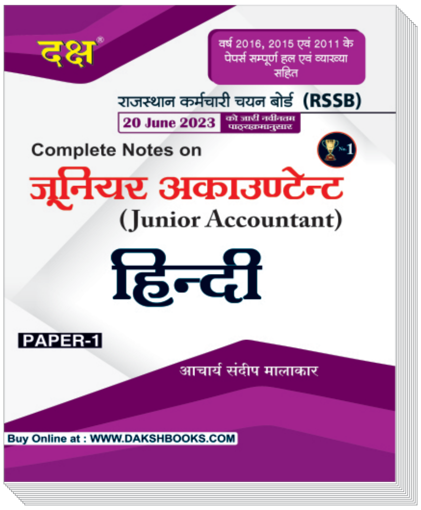
$$= \frac{4\text{वाँ} \pm 4\text{पद} + 5\text{वाँ पद}}{2}$$

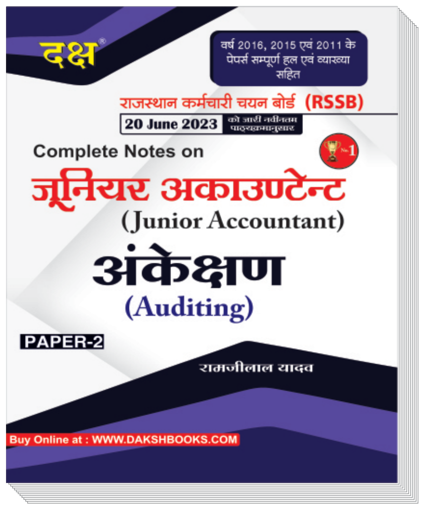
$$= \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

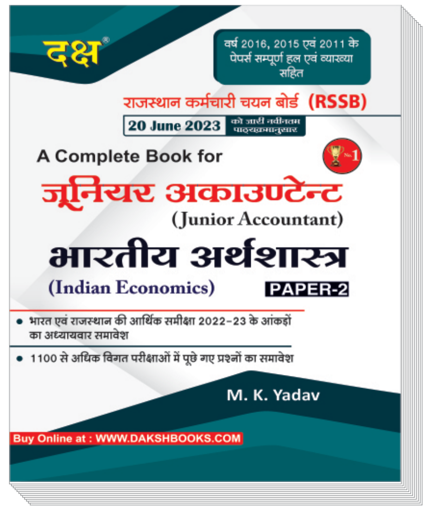
जूनियर अकाउण्टेन्ट परीक्षा की विस्तृत तैयारी के लिए दक्ष प्रकाशन की अन्य पुस्तकें

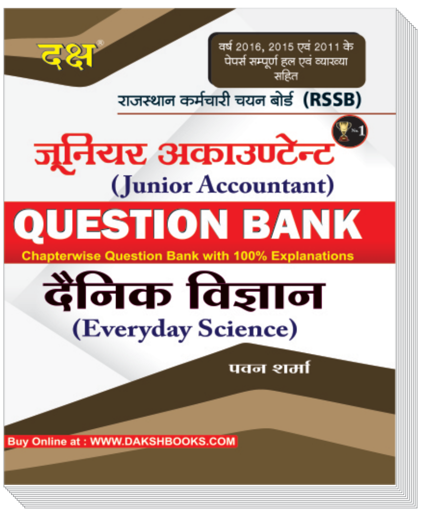


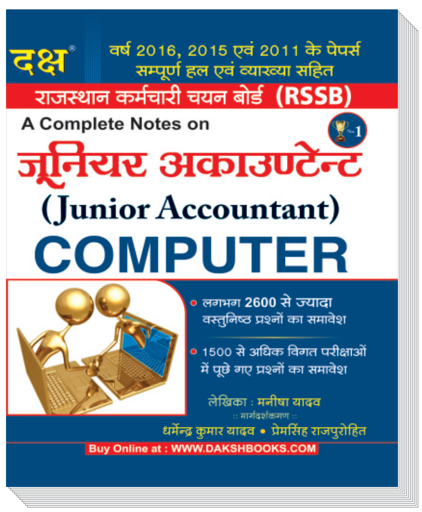


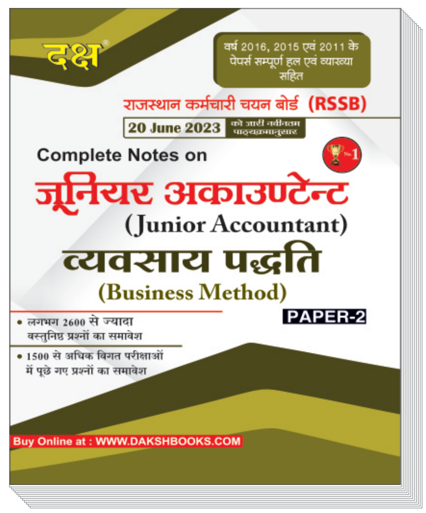












दक्ष प्रकाशन
(A Unit of College Book Centre)
A-19 सेठी कॉलोनी, जयपुर (राज.)
फोन नं. 0141-2604302
Code No. D-710 | ₹ 340/-

इस पुस्तक को ONLINE खरीदने हेतु
WWW.DAKSHBOOKS.COM
पर ORDER करें

★ SPECIAL DISCOUNT + FREE DELIVERY ★